強磁性体におけるSpecial Energy(「統計力学の数学的問題」,基研研究会報告)

宮島, 佐介

強磁性体におけるSpecial Energy

阪大・工　宮島佐介

1960年にP.Dean が m_1, m_2 の質量をもつ同位元素からなるランダムな一次元鎖の振動を negative factor counting method で計算し，従来からグリーン関数などで求められた滑らかな状態密度ではなく，多くの凹凸のある状態密度を求め，又，その凸部がある種の有限個からなる鎖の振動モードに対応していることを発見した。[1] これは，その後に，堀，福島により，理論的根拠を与えられた。[2] 一方，凹部（密度が完全に零となっており Special frequency と呼れている。）については，堀，松田の証明があり，[3] 他のモデル，例えば，Krönig－Penney モデルでも，適当な条件の下で special energy が存在することが，示されている。

同様のことが，交換積分やスピンの大きさがランダムになっている磁性体でも期待される。一次元ハイゼンベルグ強磁性体では，i+1 番目のスピン状態は i，i−1 番目のスピン状態が，既知であれば，遷移行列 T(i，i−1) から求められる。しかし，ハイゼンベルグ強磁性体では T(i，i−1) が unimodular でなくなるため，最短のシリーズで，unimodular になるまで T の積，つまり T(i，i−1) T(i−1，i−2) ……… T(j+1，j) を，今の系での遷移行列 T(i，j；m，n) とする。ここで m，n は i 番目の格子点から j 番目の格子点までに続いて並んでいる同種の原子数である。（3種類以上の場合は ℓ, m, n …… であるが簡単のため2種類の原子の場合に限った。）

後は，堀，松田の定理が述べている如く，

① $|\mathrm{tr}\ T(i,j,m,n)| > 2$ for $m, n \geq 1$

② すべての source point，sink point が分離していること，つまり，phase disjointness

が成立つ様なスピンの大きさ，交換積分を求めれば良い。

例として，2種類の交換積分をもつ，ボンド型のランダムなハイゼンベルグ強磁性体を考える。ハミルトニアンは

$$H = \sum_i \left[-\frac{J_{k,i}}{2} \left(S_i^+ S_{i+1}^- + S_i^- S_{i+1}^+ \right) + J_{k,i} S_i^z S_{i+1}^z \right]$$

ここで，k は1又は2である。この系では次の4種類の遷移行列が現われる。

$$T_1 = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega - 2J_1S}{-J_1S} & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T' = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega - J_1S - J_2S}{-J_1S} & -\dfrac{J_2}{J_1} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega - 2J_2S}{-J_2S} & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

と

$$T'' = \begin{pmatrix} \dfrac{\omega - J_1S - J_2S}{-J_2S} & -\dfrac{J_1}{J_2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ここで　$\omega = 2J_1S(1-\cos\lambda_1) = 2J_2S(1+\cosh\lambda_2)$。

これらから J_1, J_2 なる交換積分を表わすボンドが，夫々，n本，m本並んでいる unimodular な遷移行列は，

$$T(m, n) = T''(T_2)^{m-1}\,T'(T_1)^{n-1}$$

と作られる。この T(m, n) の陽なる表現は，

$$T(m,n) \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{pmatrix}$$

とすると，

$$\alpha = [\{AB\sinh m\lambda_2 - 2B\sinh(m-1)\lambda_2 + (J_1/J_2)\sinh(m-2)\lambda_2\}e^{in\lambda_1}$$
$$+ 2\{A\sinh m\lambda_2 - \sinh(m-1)\lambda_2\}e^{i(n-1)\lambda_1} + (J_2/J_1)\sinh m\lambda_2 e^{i(n-2)\lambda_1}]$$
$$\times (-1)^{m-1}/2i\sin\lambda_1\sinh\lambda_2,$$

$$\beta = [\{AB\sinh m\lambda_2 - 2B\sinh(m-1)\lambda_2 + (J_1/J_2)\sinh(m-2)\lambda_2$$
$$+ (J_2/J_1)\sinh m\lambda_2\}e^{i(1-n)\lambda_1} + \{A\sinh m\lambda_2 - \sinh(m-1)\lambda_2\} \times$$

$$\{e^{i(2-n)\lambda_1}+e^{-in\lambda_1}\}]\,(-1)^{m-1}/2\,i\,\sin\lambda_1\,\sinh\lambda_2\ ,$$

ここで

$$A = (\omega - J_1S - J_2S)/J_1S$$

$$B = (\omega - J_1S - J_2S)/J_2S$$

である。

このT(m, n)について，上述の堀，松田の定理が成立つ様な J_1/J_2 を各々の λ_1 について求めたものが図1である。J_1/J_2 の値が図1の点よりも大きければ，常に special energy が存在する。その他，異方的交換積分をもつハイゼンベルグ強磁性体や，質量と結合定数が共にランダムになっている振動系についても ref.4) に議論されている。

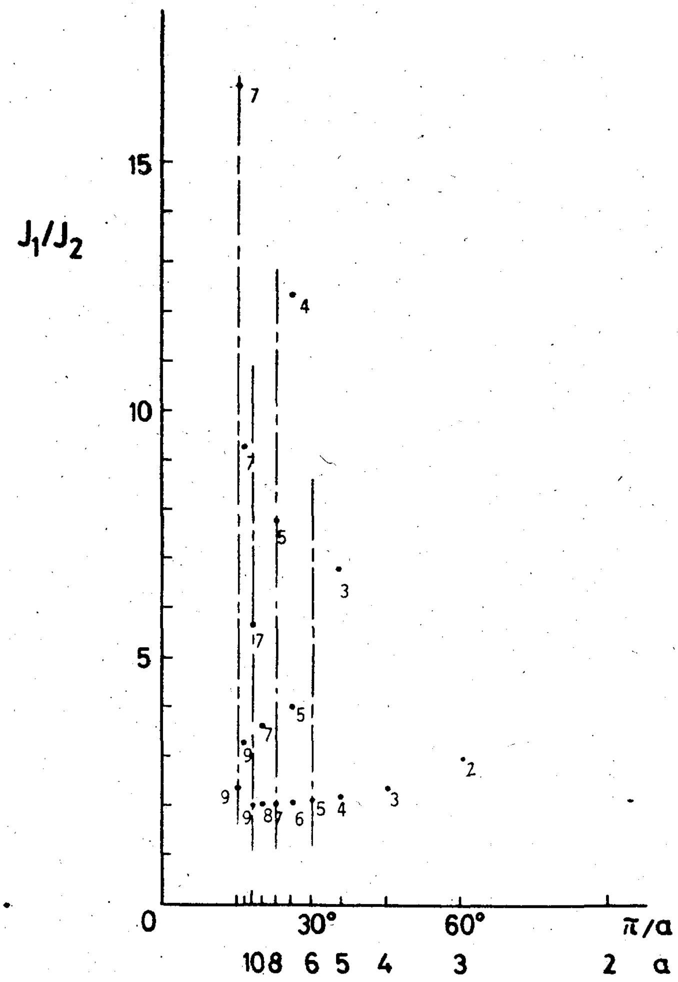

図 1

参考文献

1) P.Dean, Proc. Roy. Soc. A254 (1960), 507; A260 (1961), 263.

2) J.Hori and M.Fukushima, J.Phys. Soc. Jopan. 19 (1963), 296.

3) J. Hori and H.Matsuda, Prog. Theor. Phys. 32 (1964), 183.

4) S.Miyazima, Prog. Theor. Phys. 53 (1965) No.3 & No.4